

◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

## A mesterséges égitestek mozgása

Az olyan mesterséges égitestet, amely valamelyik bolygó körül kering, *mesterséges holdnak* vagy *műholdnak* nevezzük. A Nap körül keringő mesterséges égitestet *mesterséges bolygónak* hívjuk. A következőkben megvizsgáljuk, hogy milyen esetben lesz egy testből műhold vagy mesterséges bolygó.

A bolygók légköre a közegellenállás miatt fékezi a mesterséges égitest mozgását. Mesterséges hold tehát csak olyan magasságban keringhet tartósan egy bolygó körül, ahol a légkör hatása már elhanyagolható. (A Földnél ez a minimális magasság mintegy 200–250 km, a Föld körül keringő műholdak ilyen vagy ennél magasabb pályákon haladnak.)

Egy bolygó közelében körpályán keringő, hajtóműveit nem használó mesterséges hold sebességét *első kozmikus sebességnek* nevezzük. (Jele:  $v_{k1}$ .) A következőkben meghatározzuk az első kozmikus sebességet egy  $M$  tömegű bolygó középpontja körüli  $r$  sugarú körpályán keringő,  $m$  tömegű műhold esetén. A műhold egyenes körmozgást végez  $v_{k1}$  sebességgel, és eközben csak a bolygó által kifejtett gravitációs erő hat rá. Ilyenkor tehát a *centripetális erő* megegyezik a *gravitációs erővel*:

$$F_{cp} = F_{grav} \quad (1)$$

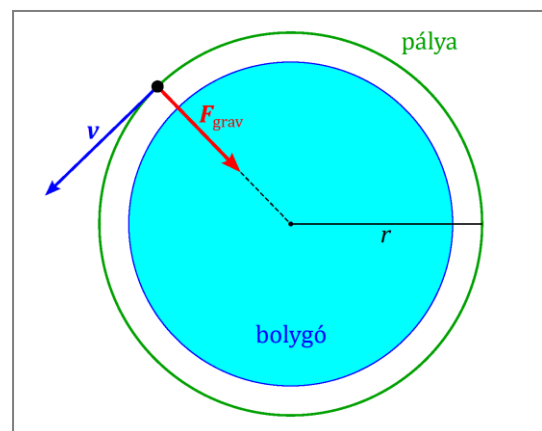
Részletesen felírva:

$$m \cdot \frac{v_{k1}^2}{r} = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}.$$

Mindkét oldalt  $m$ -mel osztva és  $r$ -rel szorozva:

$$v_{k1}^2 = \gamma \cdot \frac{M}{r},$$

$$v_{k1} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{M}{r}}.$$



Eszerint egy  $M$  tömegű bolygó középpontja körüli  $r$  sugarú körpályán keringő műholdnál az első kozmikus sebesség:

$$v_{k1} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{M}{r}}.$$

Látható, hogy az első kozmikus sebesség csak a bolygó tömegétől és a pálya sugarától függ, de független a műhold tömegétől.

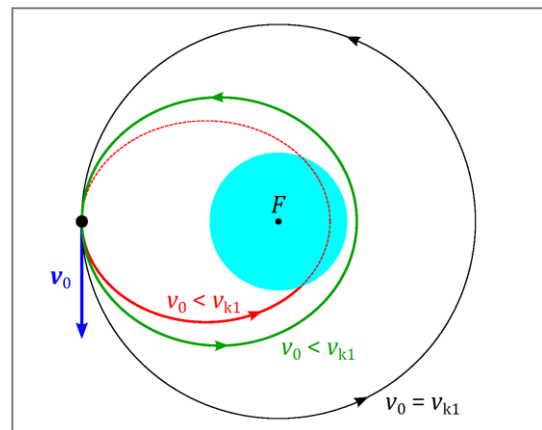
Az  $5,97 \cdot 10^{24}$  kg tömegű Föld esetén a felszínhez közeli magasságban  $r = 6371$  km, így az első kozmikus sebesség a most levezetett összefüggés alapján:

$$v_{k1} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{M}{r}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6\,371\,000 \text{ m}}} \approx 7906 \frac{m}{s}.$$

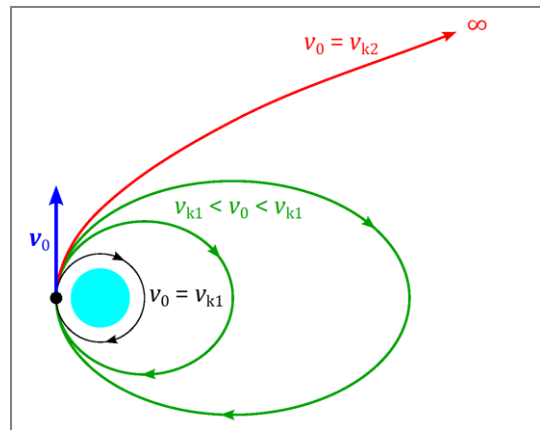
Tehát a Föld felszínének közvetlen közelében az *első kozmikus sebesség kb. 7,9 km/s* lenne. Tudjuk azonban, hogy itt a levegő jelentősen fékezné a mozgást. A felszíntől 200 km-re a légellenállás már nem számottevő, így ott már tartósan körpályán keringhet egy műhold. Ebben a magasságban (az előzőhöz hasonló számítás szerint) az első kozmikus sebesség 7785 m/s, azaz kb. 7,8 km/s.

A mesterséges égitestnek legalább az adott magassághoz tartozó első kozmikus sebességgel kell rendelkeznie, hogy hajtóműveinek működtetése nélkül is bolygó körüli *körpályán* maradjon.

Ha kezdősebessége kisebb, mint az adott magassághoz tartozó első kozmikus sebesség, akkor az ehhez a magassághoz tartozó körpálya alatti ellipszispályán mozog. Az ellipszis egyik (az indulási ponttól távolabb fekvő) fókuszpontjában a bolygó tömegközéppontja van. Ilyenkor azonban, ha a kezdősebesség és indulási magasság túl kicsi, a műhold bejuthat a légkörbe, amely tovább fékezi, és ez a leeséséhez vezet. Ilyen a pályája azonban például a Föld körül keringő űrállomásról visszatérő űrhajónak is, amelyet fékezórakétái az első kozmikus sebességnél kisebb sebességre fékeznek. (A légkörbe történő érkezés után az űrhajó azonban végül ejtőernyővel vagy fékezórakétával ér földet.)



Ha a mesterséges égitest sebessége nagyobb, mint az első kozmikus sebesség, akkor olyan ellipszispályán mozog, melynek egyik (az indulási ponthoz közelebb fekvő) fókuszpontjában a bolygó tömegközéppontja van. Minél nagyobb a sebesség, annál elnyújtottabbá válik az ellipszis. *Kellően nagy kezdősebesség esetén a mesterséges égitest nem*



*tér vissza a Föld közelébe, hanem parabolapályán végleg elhagyja a Földet, (feltéve, hogy más égitest nem módosítja pályáját). Ezt a sebességet második kozmikus sebességnek nevezzük. (Jele:  $v_{k2}$ .)* Levezethető, hogy a második kozmikus sebesség az első kozmikus sebesség  $\sqrt{2}$ -szerese, azaz

$$v_{k2} = \sqrt{2} \cdot v_{k1}.$$

A Földnél, a felszínhez közeli pontban eszerint a második kozmikus sebesség:

$$v_{k2} = \sqrt{2} \cdot v_{k1} = \sqrt{2} \cdot 7906 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 11\,200 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

azaz kb. 11,2 km/s.

A második kozmikus sebességgel felbocsátott mesterséges égitest azonban nem távozik a Naprendszerből, mert ehhez a Nap vonzását is le kellene győznie, hanem (megfelelő irányú és nagyságú kezdősebességnél) a Nap körül keringő mesterséges bolygóvá válik.

Elegendően nagy sebességnél *a mesterséges égitest a Naprendszert is elhagyhatja. Az ehhez szükséges sebességet harmadik kozmikus sebességnek nevezzük.* A Földről indított űreszközöknél ez a sebesség 42,1 km/s. A Naprendszeren kívüli térségekbe indított mesterséges égitest indításakor azonban kihasználható, hogy a Föld 29,8 km/s sebességgel halad Nap körüli pályáján, továbbá a többi bolygó gravitációs tere felgyorsíthatja az űrszonda mozgását.

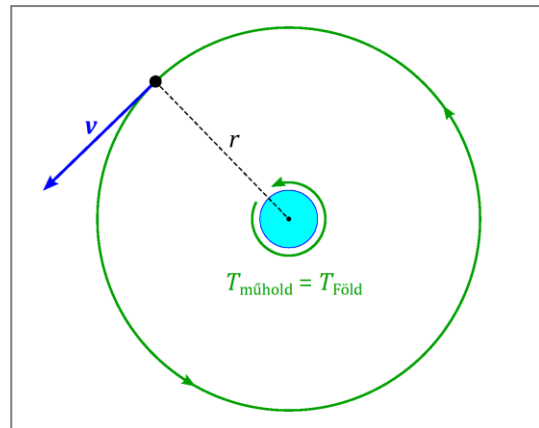
Fontos szerepe van a távközlésben azoknak a mesterséges holdaknak, amelyek *az Egyenlítő fölött keringve együtt mozognak a Földdel.* Ezek ugyanis a Földről nézve egyhelyben állónak tűnnek, ezért ezeket *geostacionárius műholdaknak* nevezik. A következőkben kiszámítjuk a geostacionárius műholdak pályájának sugarát.

Jelölje a műhold tömegét  $m$ , szögsebességét  $\omega$ , pályájának sugarát  $r$ , és a Föld tömegét  $M$ ! Az (1) összefüggésből kiindulva:

$$F_{cp} = F_{grav}.$$

Részletesen:

$$m \cdot \omega^2 \cdot r = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}.$$



Mindkét oldalt osztva  $m$ -mel és  $r$ -rel:

$$\omega^2 = \gamma \cdot \frac{M}{r^3}.$$

A szögsebességet a keringési idővel kifejezve:

$$\left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 = \gamma \cdot \frac{M}{r^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} = \gamma \cdot \frac{M}{r^3}.$$

Ebből a pálya sugara kifejezhető:

$$r = \sqrt[3]{\gamma \cdot \frac{M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}. \quad (2)$$

A geostacionárius műhold együtt mozog a Földdel, ezért *keringési ideje egy csillagnap*, azaz

$$T = T_{műhold} = T_{Föld} = 23 \text{ óra } 56 \text{ perc} = 86\,160 \text{ s}.$$

Behelyettesítve a (2) összefüggésbe:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt[3]{\gamma \cdot \frac{M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} = \sqrt[3]{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot (86\,160 \text{ s})^2}{4 \cdot \pi^2}} \approx \\ &\approx 42\,150\,000 \text{ m} = 42\,150 \text{ km}. \end{aligned}$$

Tehát a *geostacionárius műhold pályájának sugara kb. 42 150 km*. Mivel a Föld sugara  $R \approx 6370 \text{ km}$ , az ilyen műhold felszín feletti magassága

$$h = r - R = 42\,150 \text{ km} - 6370 \text{ km} = 35\,780 \text{ km}.$$

Láttuk, hogy a különböző mesterséges égitesteket hatalmas sebességre kell gyorsítani, hogy a hajtóművek működtetése nélkül keringhessenek pályájukon. Ekkora sebesség

csak többlépcsős (többfokozatú) rakétákkal érhető el. Az ilyen rakéták több részből állnak, és ha egy-egy fokozat elhasználta üzemanyagkészletét, leválik a rakétáról. A következő fokozat hajtóművének így egy kisebb tömegű rakétát kell gyorsítania. Emiatt a rakéta gyorsulása és az így elérhető sebesség nagyobb lesz, mint az előző fokozat leválasztása nélkül lenne.

## Kiegészítések

1. Az első kozmikus sebességet *körsebességnek*, a másodikat és harmadikat *szökési sebességnek* is nevezik.
2. A különféle mesterséges égitestek *hajtóműveik* segítségével az első kozmikus sebességnél kisebb sebességgel is körpályán maradhatnak, ehhez azonban rengeteg üzemanyagra lenne szükségük, ezért a hosszú időtartamú repüléseknél ez a megoldás nem alkalmazható.
3. A földfelszínhez közeli pályákon az első kozmikus sebesség rendkívül nagy. Ekkora sebességgel a *Budapest–Kecskemét* közti 80 km távolság megtételéhez csak *10 másodpercre* lenne szükség, másfél óra alatt pedig az Egyenlítő mentén megkerülhető a Föld. Ugyanez a 7,8 km/s sebesség 28 080 km/h. Ez a magyar autópályákon megengedett legnagyobb sebesség 216-szorosa, és kb. 8-szor nagyobb a repülőgéppel elért sebességi világrekordnál. (Az amerikai *SR-71A Blackbird* repülőgép 1976-ban 3529,56 km/h sebességet ért el, jelenleg ez a világrekord.)
4. Konsztantyin Eduardovics *Ciolkovszkij* (1857–1935) orosz matematikatanár, mérnök bizonyította be, hogy az űrhajózás csak rakétákkal valósítható meg. Ennek igazolásához levezetett egy összefüggést, amely megadja a rakéták végsebességét (Ciolkovszkij-képlet, 1890). Ennek alapján később kidolgozta a többlépcsős rakéták elméletét is. Eredményeit a *Szabad tér* (1883) és *A világűr kutatása reaktív meghajtású eszközökkel* (1903) című műveiben tette közzé.

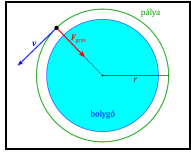
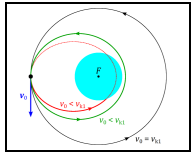
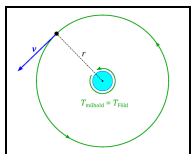





5. A Föld körüli műholdpályák többsége gyakorlatilag a felszín közvetlen közelében halad. Ha a megközelítőleg 13 000 km átmérőjű Földet egy 13 cm átmérőjű labdával szemléltetjük, akkor a műholdak, űrhajók tipikus, 300–400 km magasan haladó pályáját szemléltető kör 3–4 mm-re van a labda felszínétől. Ebben a magasságban a nehézségi erő hasonló nagyságú, mint a földfelszínen. Az űrhajókban kialakuló *súlytalanság* tehát nem a Földtől való távolság következménye. (A súlytalanságról további információk a *Nehézségi erő, súly, súlytalanság* című fejezetben.)
6. A *geostacionárius* kifejezés görög és latin elemekből összetett szó. A *geo-* jelentése Földdel kapcsolatos, a *stacionárius* pedig azt jelenti, időben állandó. Az ilyen műhold a Földről nézve állandó helyen található. A geostacionárius műholdak távközlési alkalmazása épp ezért kényelmes: A földi antennákat ugyanis csak egyszer kell a műholdra irányítani.



A jobb oldali képen egy *műholdkövető honlap* képernyőképe látható magyarázatokkal. A képernyőképen négy kiválasztott geostacionárius műhold pozíciója látható (2023. január 29. UTC 16:52:46). Megfigyelhető, hogy mindegyikük az Egyenlítő fölött helyezkedik el. Mivel a Földhöz képes gyakorlatilag mozdulatlanok, a pályájuk ekkora nagyításnál csupán egy-egy pont, ezért nem látszanak a pályagörbék. A kijelölt műhold (*Meteosat 12*) adatai közül a pirossal bekeretezettek sorrendben: a magasság (km), a sebesség (km/s) és a periódusidő (min = perc). Az ötödik kiválasztott űreszköz a *Nemzetközi Űrállomás*, ennek a pályája és pillanatnyi helyzete is látható. (A honlap címe: <https://www.n2yo.com>, a képen látható mesterséges égitesteket mutató beállítás címe: <https://www.n2yo.com/?s=25544|54743|40940|38098|41589>.)

## Képek jegyzéke

	<p><b>Rajz az első kozmikus sebesség levezetéséhez</b>            © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0747.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0747.svg</a></p>
	<p><b>Az első kozmikus sebességnél kisebb kezdősebességű űreszköz mozgása</b>            © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0748.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0748.svg</a></p>
	<p><b>Az első kozmikus sebességnél nagyobb kezdősebességű űreszköz mozgása</b>            © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0749.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0749.svg</a></p>
	<p><b>Geostacionárius műhold</b>            © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0750.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0750.svg</a></p>
	<p><b>Ciolkovszkij arcképe</b>            W <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Konstantin_Tsiolkovsky_1908-1909_(full_face).jpg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Konstantin_Tsiolkovsky_1908-1909_(full_face).jpg</a></p>
	<p><b>Műholdvevő parabolaantennája</b>            © <a href="http://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0055.jpg">http://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0055.jpg</a></p>
	<p><b>Geostacionáris műholdak helyzete egy műholdkövető honlapon</b>            © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0751.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0751.svg</a>            A műholdkövető honlap elérhetősége:  <a href="https://www.n2yo.com">https://www.n2yo.com</a></p>

### Jelmagyarázat:

- © **Jogvédtett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.
- W A **Wikimedia Commons**-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.