

◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

## A pontrendszerre vonatkozó munkatétel

A pontszerű testre vonatkozó munkatétel szintén általánosítható pontrendszerre is. Kiindulásként vizsgáljunk egy olyan rendszert, amely három pontszerű testből áll! Mindhárom pontszerű testre felírjuk a munkatételt:

$$\Delta E_{\text{mozg},A} = \Sigma W_A$$

$$\Delta E_{\text{mozg},B} = \Sigma W_B$$

$$\Delta E_{\text{mozg},C} = \Sigma W_C$$

A három egyenletet összeadva:

$$\Delta E_{\text{mozg},A} + \Delta E_{\text{mozg},B} + \Delta E_{\text{mozg},C} = \Sigma W_A + \Sigma W_B + \Sigma W_C$$

Mindkét oldalt átalakítva:

$$E_{\text{mozg},A2} - E_{\text{mozg},A1} + E_{\text{mozg},B2} - E_{\text{mozg},B1} + E_{\text{mozg},C2} - E_{\text{mozg},C1} = \Sigma W$$

$$E_{\text{mozg},A2} + E_{\text{mozg},B2} + E_{\text{mozg},C2} - (E_{\text{mozg},A1} + E_{\text{mozg},B1} + E_{\text{mozg},C1}) = \Sigma W$$

$$\Sigma E_{\text{mozg},2} - \Sigma E_{\text{mozg},1} = \Sigma W$$

$$\Delta(\Sigma E_{\text{mozg}}) = \Sigma W$$

A tétel több testből álló rendszerrel is hasonlóan igazolható. A most kapott eredmény általánosan is megfogalmazható: *A pontrendszer összes mozgási energiájának megváltozása megegyezik a rendszer tagjaira ható erők munkájának összegével.*

$$\Delta(\Sigma E_{\text{mozg}}) = \Sigma W$$

Ezt az összefüggést a *pontrendszerre vonatkozó munkatételnek* nevezzük.

Az összefüggés jobb oldalán az eddigi tételektől eltérően most az *összes erő munkája* szerepel. A rendszer mozgási energiáját ugyanis nem csak a külső, hanem a belső erők is képesek megváltoztatni. Például ha valaki a nyugvó csónakból partra ugrik, akkor a csónak is mozgásba jön, azaz a belső erők hatására az egész rendszer mozgási energiája is megváltozik (növekszik).

## Példa

Egy vízszintes pályán súrlódás nélkül mozgó 0,1 kg tömegű, 2 m/s sebességű kiskocsi összeütközött egy ugyanekkora tömegű álló kiskocsival. Az ütközés után az eredetileg mozgó kocsi 1 m/s sebességgel haladt tovább. Mennyi munkát végeztek a belső erők?

$$m_A = m_B = m = 0,1 \text{ kg}$$

$$v_{A1} = 2 \text{ m/s}$$

$$v_{B1} = 0$$

$$v_{A2} = 1 \text{ m/s}$$

---

$$W = ?$$

A mindkét kocsira csak a nehézségi erő és a tartóerő hat, ezek vektori összege nulla, tehát a két kocsiból álló rendszer zárt. A lendületmegmaradás tétele alapján:

$$m \cdot v_{A2} + m \cdot v_{B2} = m \cdot v_{A1} + \underbrace{m \cdot v_{B1}}_0$$

$$m \cdot v_{A2} + m \cdot v_{B2} = m \cdot v_{A1}$$

$$v_{A2} + v_{B2} = v_{A1}$$

$$v_{B2} = v_{A1} - v_{A2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A pontrendszerre vonatkozó munkatételt felírva:

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{A2}^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{B2}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{A1}^2 - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{B1}^2}_0$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{A2}^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{B2}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{A1}^2$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{A2}^2 + v_{B2}^2 - v_{A1}^2) = 0,05 \text{ kg} \cdot \left( 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right) = -0,1 \text{ J}$$

A két kocsi az ütközés után azonos sebességgel (1 m/s) haladt tovább. A belső erők 0,1 J munkát végeztek. Ellenőrizhető, hogy ez éppen fele a rendszer eredeti mozgási energiájának.

◀	<a href="#">Tartalom</a>	<a href="#">Fogalmak</a>	<a href="#">Törvények</a>	<a href="#">Képletek</a>	<a href="#">Lexikon</a>	▶
---	--------------------------	--------------------------	---------------------------	--------------------------	-------------------------	---