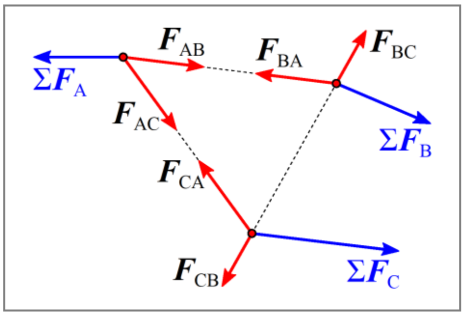
A pontrendszerre vonatkozó lendülettétel



A *pontrendszerre vonatkozó lendülettétel* levezetéséhez elemezzünk egy olyan rendszert, amely három pontszerű testből áll, és az egyes testekre állandó erők hatnak! Az ábrán látható jelöléseket használva mindhárom testre felírjuk a lendülettételt:

$$\Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{A}} = (\Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{AC}}) \cdot \Delta t$$

$$\Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}} = (\Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{BC}}) \cdot \Delta t$$

$$\Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{C}} = (\Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{C}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{CA}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{CB}}) \cdot \Delta t$$

A három egyenletet összeadva és a Δt-t kiemelve:

$$\Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{A}} + \Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}} + \Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{C}} = (\Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{AC}} + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{BC}} + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{C}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{CA}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{CB}}) \cdot \Delta t$$

A két oldalt külön-külön átalakítjuk. A bal oldal:

$$\Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{A}} + \Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}} + \Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{C}} =$$

$$= \boldsymbol{I}_{\mathrm{A2}} - \boldsymbol{I}_{\mathrm{A1}} + \boldsymbol{I}_{\mathrm{B2}} - \boldsymbol{I}_{\mathrm{B1}} + \boldsymbol{I}_{\mathrm{C2}} - \boldsymbol{I}_{\mathrm{C1}} =$$

$$= \boldsymbol{I}_{\mathrm{A2}} + \boldsymbol{I}_{\mathrm{B2}} + \boldsymbol{I}_{\mathrm{C2}} - (\boldsymbol{I}_{\mathrm{A1}} + \boldsymbol{I}_{\mathrm{B1}} + \boldsymbol{I}_{\mathrm{C1}}) =$$

$$= \Sigma\boldsymbol{I}_2 - \Sigma\boldsymbol{I}_1 =$$

$$= \Delta(\Sigma\boldsymbol{I})$$

A jobb oldal:

$$(\Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{AC}} + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{BC}} + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{C}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{CA}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{CB}}) \cdot \Delta t =$$

$$= (\Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}} + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}} + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{C}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{AC}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{CA}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{BC}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{CB}}) \cdot \Delta t =$$

$$= (\Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}} + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}} + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{C}} + \boldsymbol{0} + \boldsymbol{0} + \boldsymbol{0}) \cdot \Delta t =$$

$$= \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}} \cdot \Delta t + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}} \cdot \Delta t + \Sigma\boldsymbol{F}_{\mathrm{C}} \cdot \Delta t =$$

$$= \Sigma\boldsymbol{p}_{\mathrm{k}}$$

(Az átalakítás során figyelembe vettük, hogy Newton III. törvénye szerint két test kölcsönhatásakor mindkét testre azonos nagyságú, de ellentétes irányú erő hat. Emiatt a belső erők vektori összege nullvektor.)

A két oldal átalakítása után tehát a következő összefüggést kapjuk:

$$\Delta(\Sigma \boldsymbol{I}) = \Sigma \boldsymbol{p}_\mathrm{k}$$

A tétel több testből álló rendszernél, változó erők esetén is hasonlóan igazolható. Ennek alapján a most kapott eredmény általánosan is megfogalmazható: *A pontrendszer összes lendületének megváltozása megegyezik a rendszerre ható külső erők által kifejtett erőlökések összegével.* Képlettel:

$$\Delta(\Sigma \boldsymbol{I}) = \Sigma \boldsymbol{p}_\mathrm{k}$$

Ezt az összefüggést a *pontrendszerre vonatkozó lendülettételnek* nevezzük.

A most kapott összefüggés szerint *a rendszer összes lendületét csak a külső erők képesek megváltoztatni.* A belső erők ugyan egy test lendületét megváltoztathatják, de az mindig együtt jár egy másik, szintén a rendszerhez tartozó test lendületváltozásával. A hatás–ellenhatás törvényének következményeként ez a két lendületváltozás azonos nagyságú, de ellentétes irányú, tehát összegük nullvektor. Így *a belső erők az összes lendületet nem befolyásolják.*

Zárt rendszernél a rendszer tagjaira ható külső erők vektori összege nullvektor, így a külső erők erőlökésének összege szintén nullvektor:

$$\Sigma \boldsymbol{p}_\mathrm{k} = \boldsymbol{0}$$

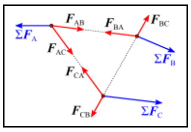
Ezt a lendülettételbe helyettesítve:

$$\Delta(\Sigma \boldsymbol{I}) = \boldsymbol{0}$$

A rendszer összes lendületének megváltozása tehát nullvektor, azaz az összes lendület állandó. Ezt felhasználva megfogalmazható a lendületmegmaradás tétele: *A zárt rendszer összes lendülete állandó.* Képlettel:

$$\Sigma \boldsymbol{I} = \text{állandó}, \qquad \text{ha} \qquad \Sigma \boldsymbol{F}_\mathrm{k} = \boldsymbol{0}$$

Képek jegyzéke

	**Pontrendszerre ható erők** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0151.svg

Jelmagyarázat:

© **Jogvédett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A ***Wikimedia Commons***-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.