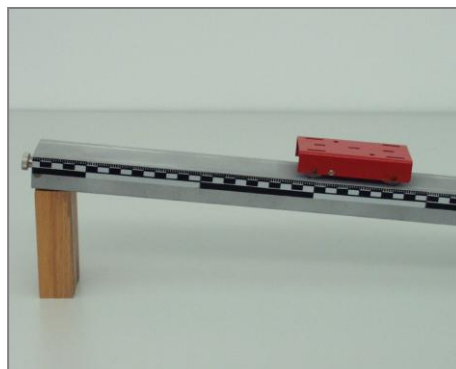


◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

Mozgás lejtőn

Láttuk, hogy a testek a lejtőn gyorsuló mozgást végeznek. A következőkben vizsgáljuk meg részletesen ezt a mozgást! Egyenes lejtőre könnyen mozgó kiskocsit helyeztünk, és lökés nélkül elengedtük. Miközben a kocsi legurult a lejtőn, különböző időpontokban megmértük a sebességét. A mérési eredményeket táblázatba foglaltuk:



t (s)	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
v (m/s)	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5

A mérési adatokból is megállapítható, hogy a kiskocsi sebessége a mozgás során folyamatosan nőtt. Ha kiszámítjuk a kocsi átlaggyorsulását az egyes szakaszokon, akkor minden esetben $1,5 \text{ m/s}^2$ értéket kapunk. Ha a kocsi gyorsulását ugyanezen a lejtőn, de mozgásának más szakaszain vizsgáljuk, akkor is ezt az értéket kapjuk. Eszerint a lejtőn legördülő kiskocsi mozgása egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás.

Megismételtük a méréseket egy meredekebb lejtőn is. Az ekkor kapott adatokat a következő táblázat tartalmazza:

t (s)	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
v (m/s)	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0

A kocsi most is egyenes vonalú egyenletesen változó mozgást végzett, de gyorsulása most 2 m/s^2 volt. Hasonlóan mozog a lejtőre helyezett golyó vagy a játékautó is.

Eszerint az álló helyzetből induló, lejtőn mozgó test *egyenes vonalú egyenletesen változó mozgást* végez. Ennek megfelelően egy tetszőleges t időpillanatban a lejtőn mozgó test gyorsulása, sebessége és elmozdulása:

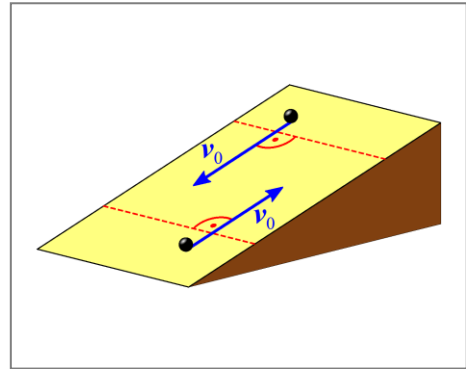
$$a = \text{állandó},$$

$$v = a \cdot t,$$

$$\Delta x = \frac{a}{2} \cdot t^2.$$

Kísérletekkel igazolható, hogy *a lejtőn mozgó test akkor is egyenes vonalú egyenletesen változó mozgást végez, ha a testnek van kezdősebessége, de a kezdősebesség a lejtő szintvonalaira merőleges*. Ilyenkor a gyorsulás, a sebesség, illetve az elmozdulás:

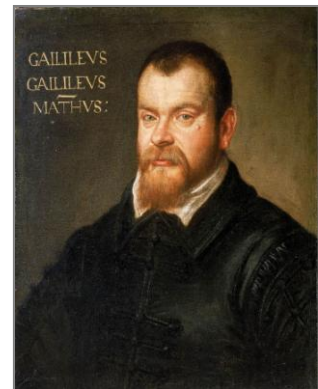
$$a = \text{állandó}, \quad v = v_0 + a \cdot t, \quad \Delta x = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2.$$



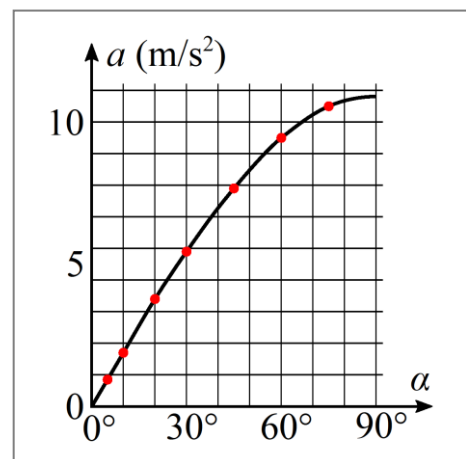
Ebben az esetben azonban figyelembe kell venni azt is, hogy a kezdősebesség milyen irányú a gyorsuláshoz képest.

Kiegészítés

1. A lejtőn legördülő golyó mozgását kísérleti úton először Galileo *Galilei* (1564–1642) olasz matematikus, fizikus, csillagász vizsgálta. Ennek során felismerte az út és az idő között fennálló négyzetes összefüggést is.
2. Láttuk, hogy a lejtőn mozgó test gyorsulása azonos körülmények között függ a lejtő meredekségétől. A következő táblázat, illetve grafikon megadja a (súrlódás nélkül mozgó) test gyorsulását a lejtő meredekségének függvényében.



α (fok)	a (m/s ²)
5	0,85
10	1,7
20	3,4
30	4,9
45	6,9
60	8,5
75	9,5



A táblázat adatiból, illetve az adatok alapján elkészített gyorsulás–hajlásszög grafikon függvénygörbéjéből is megállapítható, hogy a két mennyiség közti kapcsolat nem egyenes arányosság. (A pontos összefüggésről és annak magyarázatáról a „*A pontszerű test mozgásának dinamikai leírása*” témakörben lesz szó.)

3. Az egyenes lejtőn mozgó testre vonatkozó fenti megállapítások és összefüggések csak akkor érvényesek, ha a súrlódás és a közegellenállás elhanyagolhatóan kicsi. (A súrlódás és a közegellenállás mozgást befolyásoló hatásáról a „*A pontszerű test mozgásának dinamikai leírása*” témakörben lesz szó.)

Példák

1. Egy szánkó kezdősebesség nélkül, egyenes vonalú, egyenletesen változó mozgással 8 másodperc alatt csúszott le egy 40 m hosszú lejtőn. Mekkora volt a gyorsulása? Mekkora volt a sebessége a lejtő alján?

Megoldás:

$$t = 8 \text{ s}$$

$$s = 40 \text{ m}$$

$$a = ?$$

$$v = ?$$

A gyorsulás az út és az idő ismeretében a négyzetes úttörvény alapján határozható meg:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{80 \text{ m}}{(8 \text{ s})^2} = \frac{80 \text{ m}}{64 \text{ s}^2} = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

A sebesség a gyorsulás alapján kiszámítható:

$$v = a \cdot t = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ s} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A szánkó gyorsulása tehát $1,25 \text{ m/s}^2$ volt, és 10 m/s sebességgel ért a lejtő aljára.

2. Egy egyenes lejtőn 2 m/s sebességgel felfelé elgurított golyó gyorsulása $0,8 \text{ m/s}^2$ nagyságú (és ellentétes irányú a kezdősebességgel). Mennyi idő alatt ér vissza a kiindulási pontba és mekkora lesz ekkor a sebessége? (A lejtő elég hosszú és a súrlódás elhanyagolható!)

Megoldás:

$$v_0 = 2 \text{ m/s}$$

$$a = -0,8 \text{ m/s}^2 \quad (\text{A gyorsulás ellentétes irányú a kezdősebességgel és az } X \text{ tengellyel.})$$

$$t_{\text{vissza}} = ?$$

$$v_{\text{vissza}} = ?$$

Az egyenes lejtőn guruló golyó egyenes vonalú, egyenletesen változó mozgást végez, ezért elmozdulása az idő függvényeként:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2.$$

A kiindulási helyzetbe történő visszaérkezéskor ($t = t_{\text{vissza}}$) az elmozdulás 0, ezért:

$$0 = v_0 \cdot t_{\text{vissza}} + \frac{a}{2} \cdot t_{\text{vissza}}^2.$$

Mivel a $t_{\text{vissza}} \neq 0$, az egyenlet mindkét oldalát eloszthatjuk vele:

$$0 = v_0 + \frac{a}{2} \cdot t_{\text{vissza}}.$$

Ebből a keresett időpont kifejezhető:

$$t_{\text{vissza}} = -\frac{2 \cdot v_0}{a}. \quad (1)$$

Az ismert adatokat behelyettesítve:

$$t_{\text{vissza}} = -\frac{2 \cdot v_0}{a} = -\frac{2 \cdot \left(-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5 \text{ s}.$$

A golyó sebessége az idő függvényeként:

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Visszaérkezéskor ($t = t_{\text{vissza}}$) a golyó sebessége:

$$v_{\text{vissza}} = v_0 + a \cdot t_{\text{vissza}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (2)$$

Eszerint a golyó az indulás után 5 másodperccel ér vissza a kiindulási pontba, sebessége pedig 2 m/s nagyságú.

Megfigyelhetjük, hogy a golyó sebessége visszaérkezéskor pontosan ugyanakkora, mint a kezdősebessége volt, de azzal ellentétes irányú. Ez nem véletlen, ugyanis az (1) összefüggést (2)-be helyettesítve:

$$v_{\text{vissza}} = v_0 + a \cdot t_{\text{vissza}} = v_0 + a \cdot \left(-\frac{2 \cdot v_0}{a}\right) = v_0 - 2 \cdot v_0 = -v_0.$$

Képek jegyzéke

	Egyenes lejtőn legördülő kiskocsi © http://fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0007.jpg
	Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás létrejötte lejtőn © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0071.svg
	Galilei arcképe (Domenico Tintoretto festménye) W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Galileo_Galilei_2.jpg
	Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás létrejötte lejtőn © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0072.svg

Jelmagyarázat:

© **Jogvéde**tt anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A *Wikimedia Commons*-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.